Simulare județeană - Examenul național de bacalaureat, Ianuarie 2022
Proba E.c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 1

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profil militar, specializarea matematică-informatică

SUBIECTUL I **(30 puncte)**

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=\left(1+\sqrt{2}\right)\cdot\left\{2022+\sqrt{2}\right\}$ este număr natural, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracţionară a numărului real x.

5p **2.** Determinaţi mulţimea valorilor întregi ale numărului real m, pentru care reprezentarea graficului funcţiei $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x^2+mx+1$ nu intersectează axa Ox.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\dfrac{\lg x}{\lg(x+2)}=\dfrac{1}{2}$.

5p **4.** Determinați $n\in\mathbf{N}^*$ știind că numărul submulțimilor nevide cu un număr par de elemente ale unei mulțimi cu n elemente este 511.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(1,2)$ și dreapta d: $2x-3y+1=0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin A și este perpendiculară pe d.

5p **6.** Determinați măsura unghiului A al unui triunghi ABC, știind că $\sin A+\cos A=0$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră matricea $A(a)=\begin{pmatrix}1 & a & 2\\ a & i & a\\ -1 & a & -1\end{pmatrix}$, unde $i^2=-1$ şi a este număr real.

5p **a)** Arătaţi că $\det A(0)=i$.

5p **b)** Demonstraţi că, pentru orice număr real a, matricea $A(a)$ este inversabilă.

5p **c)** Calculaţi $\underbrace{A(0)\cdot A(0)\cdot A(0)\cdot\ldots\cdot A(0)}_{\text{de 2022 ori}}$.

2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă şi cu element neutru $x\circ y=xy-6x-6y+42$.

5p **a)** Arătaţi că $x\circ y=(x-6)(y-6)+6$, pentru orice numere reale x şi y.

5p **b)** Determinați perechile de numere întregi (x,x'), unde x' este simetricul lui x în raport cu legea „$\circ$“.

5p **c)** Calculați $\dfrac{2022}{1}\circ\dfrac{2022}{2}\circ\dfrac{2022}{3}\ldots\circ\dfrac{2022}{2022}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\cdot\operatorname{arctg}x-\ln(x^2+1)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=\operatorname{arctg}x-\frac{x}{x^2+1}$, $x\in\mathbf{R}$.

5p **b)** Demonstrați că funcția f este convexă pe $\mathbf{R}$.

5p **c)** Fie funcția $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=f'(x)$. Determinați imaginea funcției g.

2. Se consideră funcția $f:(-\infty,0)\to\mathbf{R}$, $f(x)=x\sqrt{1-x}$.

5p **a)** Calculați $\displaystyle\int\frac{f^2(x)}{x}dx$, $x\in(-\infty,0)$.

5p **b)** Determinați numerele reale a,b,c astfel încât funcția $F:(-\infty,0)\to\mathbf{R}$, $F(x)=(ax^2+bx+c)\sqrt{1-x}$ să fie o primitivă a funcției f.

5p **c)** Fie $G:(-\infty,0)\to\mathbf{R}$ o primitivă a funcției f. Calculați $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{G(x)}{\sqrt{(-x)^5}}$.